CONJUNTOS NUMÉRICOS

NÚMEROS NATURAIS

O conjunto dos números naturais é o conjunto

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$$

O menor número natural é o zero e não existe o maior dos números naturais. O conjunto N pode ser separado em dois subconjuntos com intersecção vazia e que reunidos resultam N:

$$N_1 = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, ...\}$$

$$N_2 = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, ...\}$$

O conjunto N é o conjunto dos múltiplos de 2 e é chamado conjunto dos números PARES NATURAIS.

O conjunto N_2 é o conjunto dos números naturais que não são múltiplos de 2 e é chamado conjunto dos números ÍMPARES NATURAIS.

NÚMEROS INTEIROS

O conjunto dos números inteiros é o conjunto

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ...\},$$

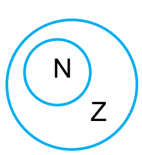
Isto é, o conjunto dos números naturais reunidos com o conjunto simétrico dos números naturais. Da mesma forma que em N, podemos escrever:

$Z_1 = \{..., -5, -3, -1, 1, 3, 5, ...\}$ ímpares inteiros

$Z_2 = \{..., -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, ...\}$ pares inteiros

Chamamos de número primo a todo número **p** inteiro que é divisível somente por ± 1, $\pm p$. Os números zero, 1 e -1 não são considerados primos.

Percebemos, então, pelas coisas já ditas que o conjunto dos números inteiros contém o conjunto dos números naturais.



$z \supset n$

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

É o conjunto

$$Q = \{ x \mid x = \frac{p}{q} \text{ , com p e q inteiros e } q \neq 0\}.$$

Algumas considerações sobre Q:

- os números naturais ou inteiros são números racionais, pois, por exemplo:

$$2 = \frac{2}{1}$$

o que mostra que é da forma p/q. Daí $N \subset Z \subset Q$.

- todo número racional pode ser representado na forma decimal ocorrendo:

a) uma expansão decimal finita. Exemplo:

$$\frac{1}{4} = 0{,}25$$

b) uma expansão decimal infinita e periódica. Exemplo:

$$\frac{1}{3} = 0{,}333 ...$$

Mesmo as decimais finitas podem ser entendidas como uma expansão periódica. Basta, para isto, acrescentar zeros ao final da última casa decimal. Assim:

$$\frac{1}{2} = 0{,}5000 ...$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS IRRACIONAIS

É o conjunto I formado pelos números cuja expansão decimal é infinita e não periódica.

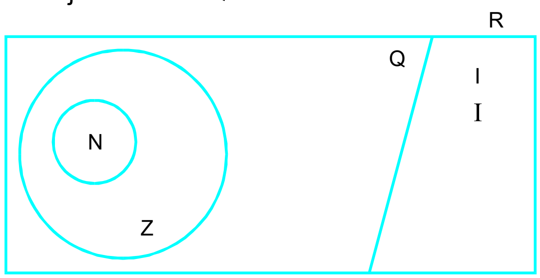
Exemplos:

$$\sqrt{2} = 1{,}4142 ...$$

$$\pi = 3{,}1415 ...$$

CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS

É o conjunto $R = Q \cup I$.



Tem-se, então, que:

todo número natural é real;

todo número inteiro é real;

todo número racional é real;

todo número irracional é real.

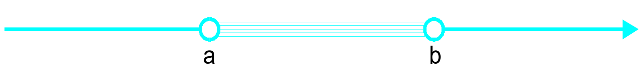
Não existe um número real que seja simultaneamente racional e irracional.

Considerações sobre o conjunto R.

- Existe uma correspondência biunívoca entre os pontos de uma reta e o conjunto R, isto é, cada número real pode ser representado por um ponto da reta e vice-versa.

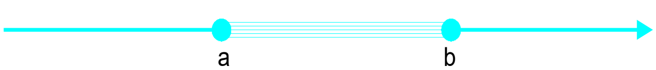
- Intervalos:

Dados a e b reais, com a < b, ficam determinados os seguintes subconjuntos de R, chamados intervalos:



$]a, b[= \{x \in R \mid a < x < b\}$, ou apenas $a < x < b$

Intervalo aberto e extremos a e b.



$[a, b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$, ou apenas $a \leq x \leq b$

Intervalo fechado de extremos a e b.

$]-\infty, a[= \{x \in R \mid x < a\}$, ou apenas $x < a$

Intervalo infinito aberto e limitado superiormente.

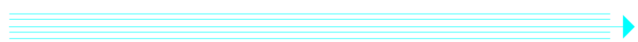
$]-\infty, a] = \{x \in R \mid x \leq a\}$, ou apenas $x \leq a$

Intervalo infinito fechado e limitado superiormente.

$]b, \infty[= \{x \in R \mid x > b\}$, ou apenas $x > b$.

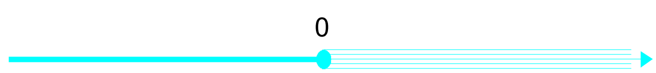
Intervalo infinito aberto e limitado inferiormente.

O próprio conjunto R é um intervalo:

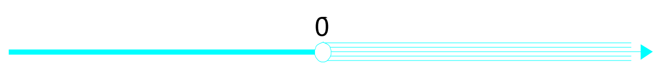


$R =]-\infty, \infty[$.

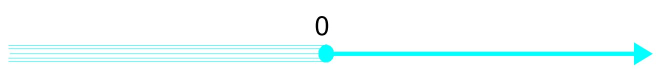
Agora, vamos indicar alguns subconjuntos de R formados por intervalos:



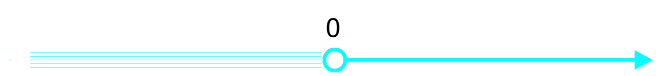
$[0, \infty[= R_+$ ou $x \geq 0$



$]0,\infty[= R^*_+$ ou $x > 0$



$]-\infty, 0] = R_-$ ou $x \leq 0$



$]-\infty, 0[= R^*_-$ ou $x < 0$

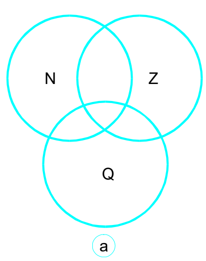
]-6, -4[$\cup$] 1,3 [ou -6 < x < - 4 ou 1 < x < 3.

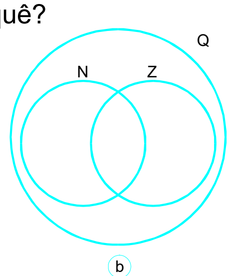
EXERCÍCIOS

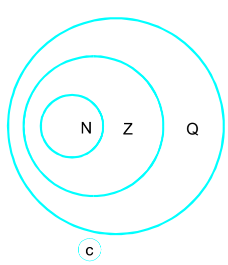
01. Assinale Falso ou Verdadeiro.

a) $2 \in N$ ( )
b) $-3 \in N$ ( )
c) $0 \in N$ ( )
d) $\frac{1}{3} \notin N$ ( )
e) $2 \in Z$ ( )
f) $-3 \in Z$ ( )
g) $0 \in Z$ ( )
h) $\frac{8}{4} \in Z$ ( )
i) $2 \in Q$ ( )
j) $-3 \in Q$ ( )
l) $0 \in Q$ ( )
m) $0{,}33 \in Q$ ( )
n) Todo número inteiro é racional. ( )
o) Todo número natural é inteiro. ( )
p) Existem números inteiros não naturais. ( )
q) Existem números racionais não inteiros. ( )

02. Qual, dentre os diagramas abaixo, melhor representa a relação entre N, Z e Q? Por quê?







03. Assinale a alternativa correta.

a) 0 é um número irracional;
b) $\sqrt{2}$ é um número racional;
c) $\sqrt{3}$ é um número racional;
d) π é um número irracional.

04. Um conjunto M possui dez números primos, dez números pares e dez números ímpares. Qual é o menor número de elementos que M pode ter?

a) 19
b) 29
c) 20
d) 30
e) 21

05. Dados os conjuntos:

$A = \{x \in R \mid x \geq -1\}$ e

$B = \{x \in R \mid x < 5\}$, podemos afirmar que $A \cap B$ vale

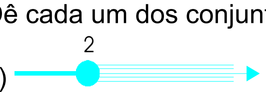
a) $\{x \in R \mid -1 < x \leq 5\}$
b) $\{x \in R \mid -1 \leq x < 5\}$
c) $\{x \in R \mid -1 \leq x \leq 5\}$
d) $\{x \in R \mid -1 < x < 5\}$

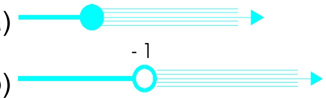
06. O intervalo:

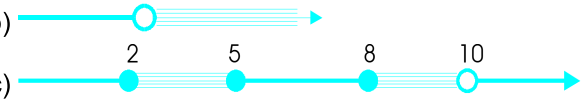
pode ser escrito:

a) $[2, 5[= \{x \in R \mid 2 \leq x < 5\}$
b) $[2, 5] = \{x \in R \mid 2 \leq x \leq 5\}$
c) $]2, 5] = \{x \in R \mid 2 < x \leq 5\}$
d) $]2, 5[= \{x \in R \mid 2 < x < 5\}$

07. Dê cada um dos conjuntos indicados abaixo:

a) 

b) 

c) 

PAR ORDENADO E PRODUTO CARTESIANO

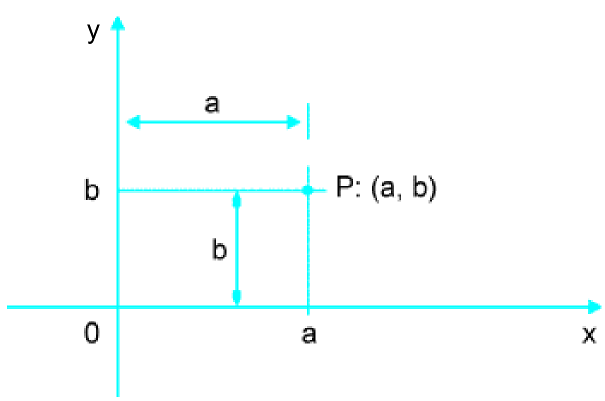
Par ordenado

Chamamos de par ordenado a toda dupla de números reais, da forma (a, b), em que o primeiro elemento do par se chama abscissa e o segundo elemento se chama ordenada. Portanto, no par ordenado (a, b), tem-se abscissa a e ordenada **b**.

Dizemos que dois pares ordenados (a, b) e (x, y) são iguais, se e somente se a = x e b = y.

Assim, para que (a, b) seja igual a (4, 3), obrigatoriamente, devemos ter a = 4 e b = 3.

Podemos representar um par ordenado (a,b) tomando um par de eixos perpendiculares. Marcamos a abscissa no eixo horizontal e a ordenada no eixo vertical como abaixo.



Produto cartesiano

Dados os conjuntos A e B, o conjunto formado por todos os pares ordenados (x, y), tal que x ∈ A e y ∈ B chama-se produto cartesiano de A e B e será indicado por A x B.

Exemplos:

a) A = {1, 2, 3}, B = {4, 5}

A x B = {(1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5)}

B x A = {(4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3)}

b) A = {1, 2}, B = {2, 3}

A x B = {(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3)}

B x A = {(2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)}

c) A = ∅ B = {1, 2, 3}

A x B = ∅

B x A = ∅

Observação: o produto cartesiano não é comutativo. Veja o exemplo (b), em que se tem (1, 2) ≠ (2, 1).

De um modo geral, (a, b) = (c, d) se e somente se a = c e b = d.

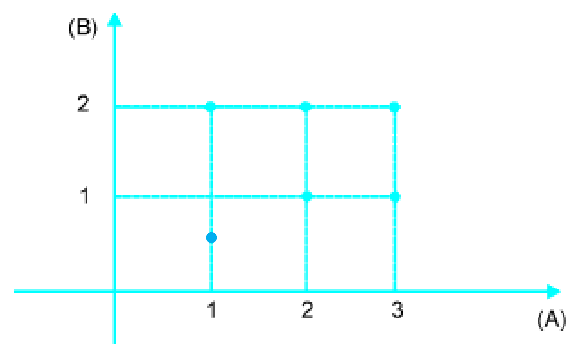
Propriedades do Produto Cartesiano:

Se A e B têm, respectivamente, m e n elementos, então, A x B têm m . n elementos, ou seja, se n(A) = n e n(B) = m, então n(AxB) = n . m.

Se A = ∅ ou B = ∅, então, A x B = ∅.

Representação Gráfica do Produto Cartesiano.

A = {1, 2, 3} B = {1, 2}

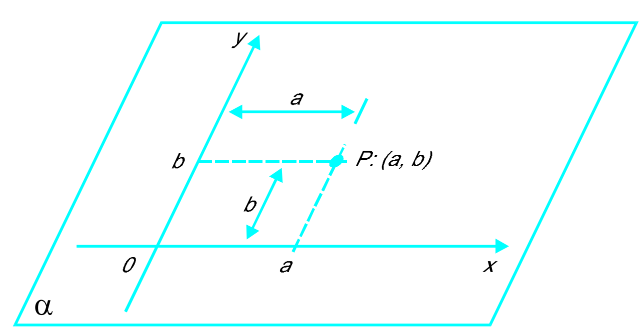


O conjunto produto cartesiano R x R = R^2

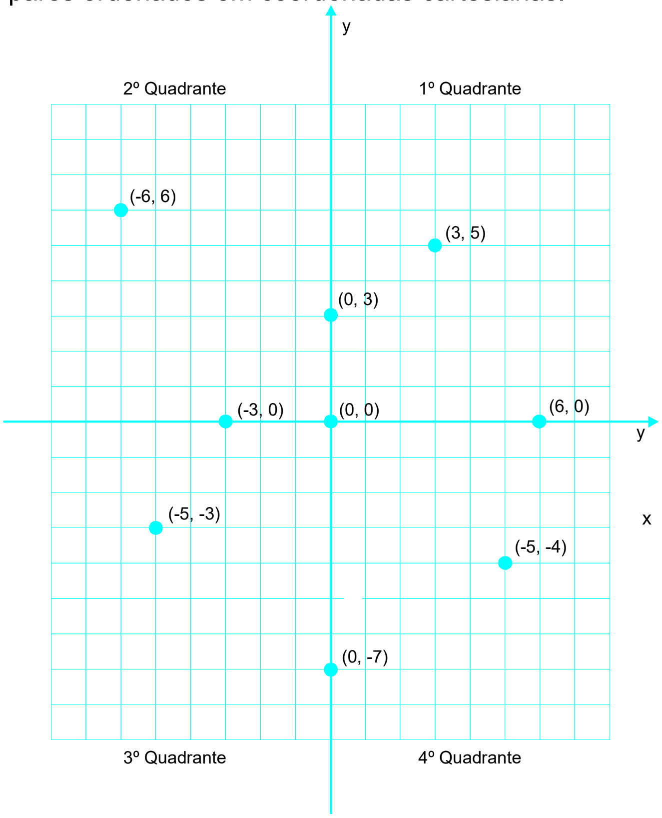
Temos, pela definição de produto cartesiano, que:

R x R = {(x, y) | x ∈ R /\ y ∈ R}

Um elemento (a, b) ∈ R x R pode ser associado a um ponto de um plano, cujas distâncias, a dois eixos fixos perpendiculares, sejam respectivamente a e b.



A seguir, apresentamos as localizações de alguns pares ordenados em coordenadas cartesianas.



A) Marque, no quadro acima, os pontos abaixo:

P: (4, 0)	T: (-5, 0)
Q: (7, 4)	A: (0, 6)
R: (-7,-5)	B: (4, -6)
S: (-4, 4)	C: (0, -4)

a) Um ponto do eixo horizontal tem sempre ordenada nula.

b) Um par ordenado do eixo das ordenadas tem sempre abscissa nula.

c) Um ponto do 1º Quadrante tem abscissa positiva e ordenada positiva.

d) Um ponto do 2º Quadrante tem abscissa negativa e ordenada positiva.

e) Um ponto do 3º Quadrante tem abscissa negativa e ordenada negativa.

f) Um ponto do 4º Quadrante tem abscissa positiva e ordenada negativa.

g) Os pontos do 1º e 3º Quadrantes têm abscissas e ordenadas de mesmo sinal.

h) Os pontos do 2º e 4º Quadrantes têm abscissa e ordenada de sinais contrários.

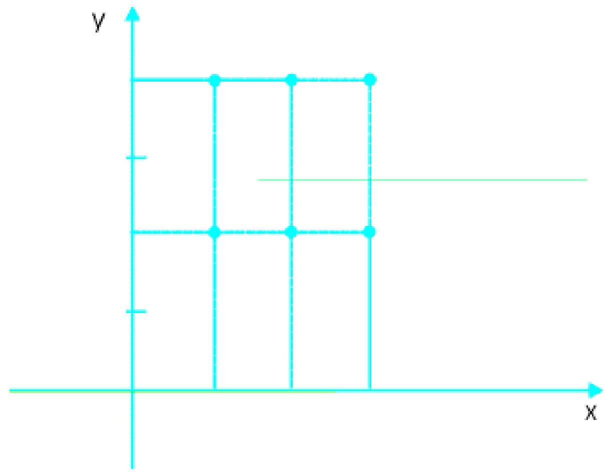
Acabamos de ver que R x R tem seus elementos em correspondência com os pontos de um plano. Estudemos agora alguns subconjuntos de R x R, analisando-os do ponto de vista geométrico.

B) A: {1, 2, 3}

B: {2, 4}

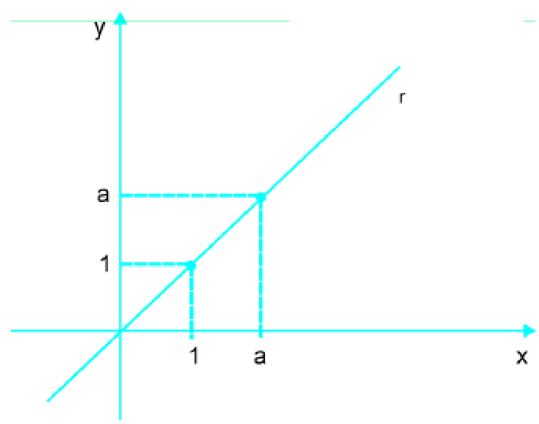
A x B = {(1, 2); (1, 4); (2, 2); (2, 4); (3, 2); (3, 4)}

Graficamente teremos:



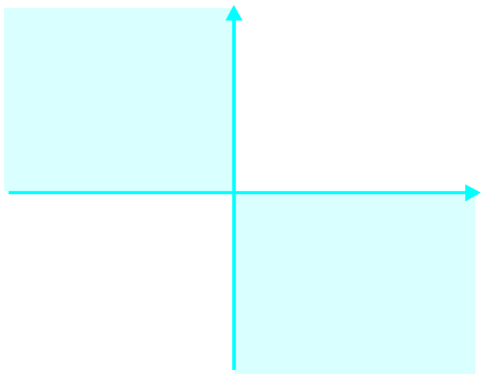
A x B é o conjunto dos 6 pontos do gráfico.

C) $A \subset R \times R$ | A = {(x, y) | x = y}



A é o conjunto dos pontos da reta r.

D) A ⊂ R x R | A = {(x, y) | x . y < 0}



A é o conjunto de todos os pontos do 2º e 4º Quadrantes.

EXERCÍCIOS

Tente desenhar:

08. A ⊂ R x R | A: {(x, y) | x < 0 /\ y < 0}

09. A ⊂ R x R | A: {(x, y) | x < y}

10. A ⊂ R x R | A: {(x, y) | x + y = 1}

11. A ⊂ R x R | A: {(x, y) | $x^2 + y^2 = 4$}

12. A ⊂ R x R | A: {(x, y) | x ‾ 2 /\ y ‾ 1 }

13. A: ⊂ R x R | A: {(x, y) | 1 ≤ x < 4 /\ 2 < y ≤ 5}

14. Dados A: {1, 2, a} e B: {3, a}, calcule os conjuntos:
    a) A x A =
    b) A x B =
    c) B x A =
    d) B x B =

15. Sabe-se que

    A x B = {(1, a); (-1, b); (1, b); (-1, a)}.

    Determine os conjuntos A e B.

16. Escreva os conjuntos a seguir em notacão de intervalo.

    A: {x ∈ R | x ≥ 2}
    A =

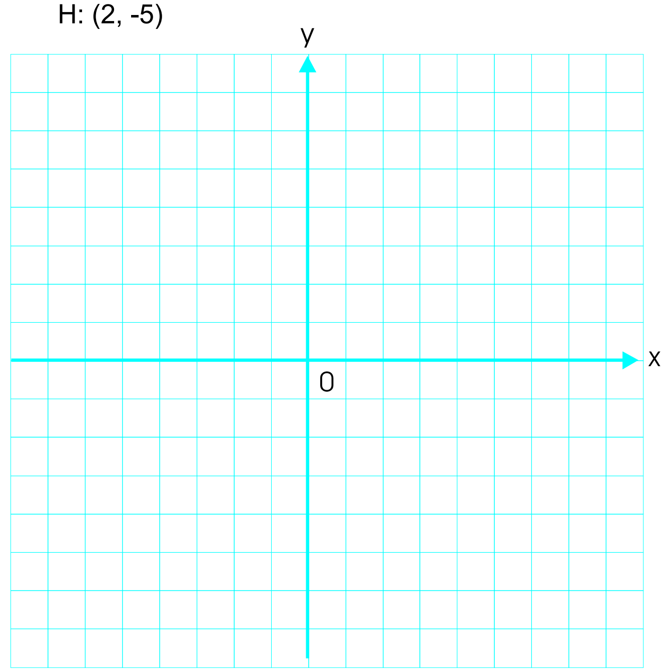
    B: {y ∈ R | y < 5}
    B =

    C: {y ∈ R | 1 ≤ y < 3}
    C =

17. Determine os valores de a e b tais que sejam iguais os pares (a + 5, b - 3) e (8, a).

18. Desenhe os seguintes pontos no sistema abaixo:

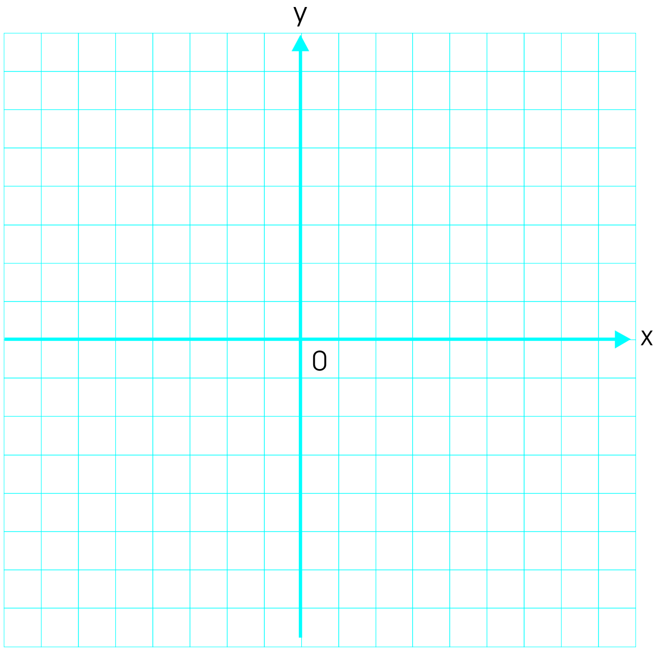
    A: (1, 3) C: (-2, 5) E: (-3, -2) G: (4,-2)
    B: (3, 1) D: (-5, 1) F: (-4, -1) H: (2, -5)



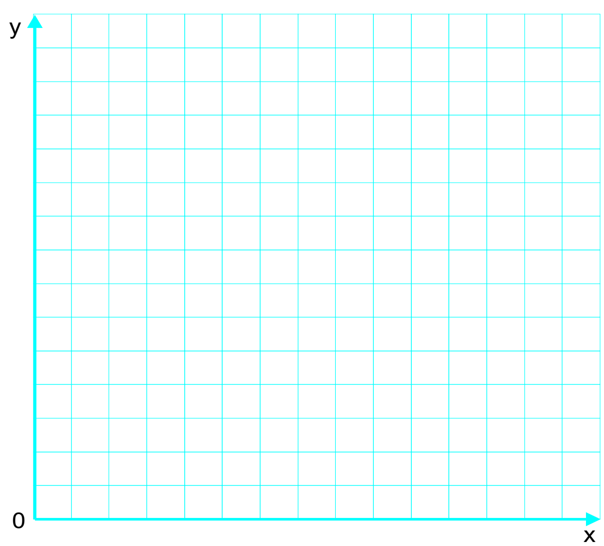
19. No diagrama abaixo, desenhe o triângulo ABC cujos vértices são;

    A = (2, 3), B = (-2, 4) e C= (-5, -3)

    Represente também o quadrilátero MNPQ, cujos vértices são:
    M = (6, 3) N = (1, -2) P= (5, -4) Q= (8,-1)

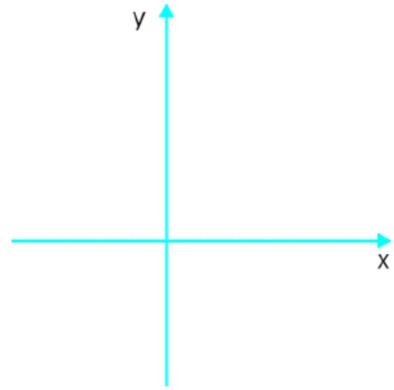


20. Dados os conjuntos A = {4, 5} e B = {1, 2, 3}, escreva e desenhe os conjuntos A x B, B x A, A x A, B x B.

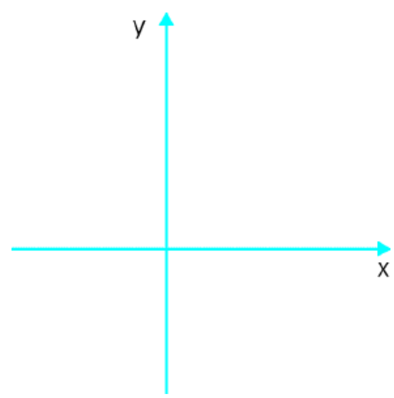


21. Represente graficamente A x B. onde:

a) A: $\{x \in R \mid x$ ¯ $-1\}$
B: R

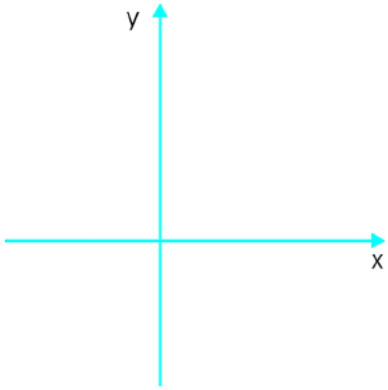


b) A: $\{x \in R \mid x > 0\}$
B: $\{y \in R \mid y \leq -1\}$



c) A: $\{x \in R \mid 2 \leq x \leq 4\}$

B: $\{y \in R \mid 1 \leq y \leq 3\}$



ANOTAÇÕES

CAPÍTULO - SM1A – CONJUNTOS NUMÉRICOS

https://www.youtube.com/watch?v=Y_mYgLkuEI4
Prof Ferretto - Conjuntos Numéricos: Números Naturais e Inteiros (Aula 1 de 4)

https://www.youtube.com/watch?v=NYAeWhz53NM
Prof Ferretto - onjuntos Numéricos: Números Racionais (Aula 2 de 4)

https://www.youtube.com/watch?v=J4vD5RpOqJY
Prof Ferretto - Conjuntos Numéricos: Números Irracionais e Reais (Aula 3 de 4)

https://www.youtube.com/watch?v=OPACJhL_mLY
Prof Ferretto - Conjuntos Numéricos: Intervalos Reais, Operações e Propriedades (Aula 4 de 4)

https://www.youtube.com/watch?v=WAI3JV96BF8
Prof José Alex - Matemática - Conjuntos Numéricos

https://www.youtube.com/watch?v=iC4q1AGeN5A
Prof Ferretto - Funções: Noções Básicas de Plano Cartesiano (Aula 4 de 15)

https://www.youtube.com/watch?v=qt3nGeb6T3U
Prof Cadu - Produto cartesiano

https://www.youtube.com/watch?v=K7wtLRXGLJw&list=LLM8TdFLcKCKFWLHC-jvUqW9Q&index=3571
Prof Ferretto - Funções: Construção de Gráficos (Aula 5 de 15)

https://www.youtube.com/watch?v=FiY7RYZhDiI
Prof Warlisson - Produto cartesiano de dois conjuntos

EXERCICIOS

https://www.youtube.com/watch?v=TlsqGpE7Td8
Prof Ferretto - Questões Comentadas: Conjuntos Numéricos - Nível Básico

https://www.youtube.com/watch?v=Bq5XYZKXk-Q
Prof Ferretto - Questões Comentadas: Conjuntos Numéricos - Nível Intermediário

https://www.youtube.com/watch?v=aVfou0Ad88s
Prof Ferretto - Questões Comentadas: Conjuntos Numéricos - Nível Avançado

https://www.youtube.com/watch?v=A8rEk8cqsnM

Prof Ferretto - Ferretto Prepara #9: Conjuntos Numéricos (Replay)

https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-conjuntos-numericos.htm

https://www.todamateria.com.br/exercicios-de-conjuntos-numericos/

https://exercicios.mundoeducacao.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-os-conjuntos-numericos.htm

http://www.profcardy.com/exercicios/lista.php?a=Conjuntos%20Num%C3%A9ricos

https://beduka.com/blog/exercicios/exercicios-de-plano-cartesiano/

https://basematematica.com/plano-e-produto-cartesiano-exercicios-resolvidos/

https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-plano-cartesiano.htm

https://www.respondeai.com.br/conteudo/calculo/matematica-basica/lista-de-exercicios/plano-cartesiano-1855